REGLES GÉNÉRALES
POUR
LA CONSTRUCTION DES TÉLESCOPES ET DES MICROSCOPES *)

PAR M. L. EULER.

I.

Après avoir expliqué toutes les conditions qui doivent être observées dans la conſtruction des Téleſcopes & des Microſcopes, de quelque nombre de verres qu'ils ſoient compoſés; nous pourrons donner des regles auxquelles il faut ſatisfaire, ſi l'on veut porter ces inſtrumens au plus haut dégré de perfection dont ils ſont ſuſceptibles. Poſons donc, quelque grand que ſoit le nombre des verres, les diſtances:

$EA = a$; $FB = b$; $GC = c$; $HD = d$; $IE = e$ &c.
$AF = \alpha$; $BG = \beta$; $CH = \gamma$; $DI = \delta$; $EK = \varepsilon$ &c.

les diſtances de foyer des verres

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}; \quad q = \frac{b\beta}{b+\beta}; \quad r = \frac{c\gamma}{c+\gamma}; \quad s = \frac{d\delta}{d+\delta}; \quad t = \frac{e\varepsilon}{e+\varepsilon} \text{ &c.}$$

le demi-diametre de l'ouverture du verre objectif $= x$, celui du ſecond verre $= \theta q$, du troiſieme $= \theta' r$, du quatrieme $= \theta'' s$, du cinquieme $= \theta''' t$ &c.

Enſuite la multiplication $= m$, le demi-diametre du champ apparent $= z$; le demi-diametre du cylindre lumineux qui entre dans l'oeil

*) Lu en 1756.

l'oeil $= y$; la diſtance à laquelle nous rapportons la multiplication $= l$; & enfin, ſoit la diſtance de l'oeil derriere le dernier verre $= k$. Cela poſé, les conditions à remplir pour chaque nombre de verres ſeront.

I. Cas *d'un ſeul verre.*

2. Pour ce cas nous avons $\alpha = \omega$ & $p = a$: & les autres conditions ſont

I. La multiplication - - - - $m = \frac{l}{a}$.

II. Le degré de clarté - - - - $y = x$.

III. Le champ apparent eſt indéterminé.

IV. Le champ apparent exige - - - $k = 0$.

V. Pour éviter la confuſion des couleurs $k = 0$.

VI. La confuſion cauſée par l'ouverture $= \frac{\mu x^3}{4} \cdot \frac{\lambda}{aap}$.

3. Ici la valeur de μ eſt $= 0,93819$, & pour la ſuite $\nu = 0,23269$. Or λ eſt un nombre expliqué cy-deſſus, qui dépend de la nature du verre, ſelon qu'il eſt ſimple ou multiple. Enſuite, pour abréger, j'ai poſé

$$\mathfrak{a} = \alpha + b, \qquad \mathfrak{A} = 1 + \frac{\alpha}{a},$$

$$\mathfrak{b} = \mathfrak{E} + c + \frac{bc}{\alpha\mathfrak{E}}\mathfrak{a}, \qquad \mathfrak{B} = 1 + \frac{\mathfrak{E}}{b} + \frac{\alpha\mathfrak{E}}{bb}\mathfrak{A},$$

$$\mathfrak{c} = \gamma + d + \frac{cd}{\mathfrak{E}\gamma}\mathfrak{b}, \qquad \mathfrak{C} = 1 + \frac{\gamma}{c} + \frac{\mathfrak{E}\gamma}{cc}\mathfrak{B},$$

$$\mathfrak{d} = \delta + e + \frac{de}{\gamma\delta}\mathfrak{c}, \qquad \mathfrak{D} = 1 + \frac{\delta}{d} + \frac{\gamma\delta}{dd}\mathfrak{C},$$

$$\mathfrak{e} = \varepsilon + f + \frac{ef}{\delta\varepsilon}\mathfrak{d}, \qquad \mathfrak{E} = 1 + \frac{\varepsilon}{e} + \frac{\delta\varepsilon}{ee}\mathfrak{D}.$$

&c. &c.

II.

II. Cas.

Des Inſtrumens compoſés de deux verres.

4. Pour ce cas nous avons $\mathfrak{G} = \mathfrak{o}$ & $q = b$, les autres conditions ſont:

I. La multiplication - - - - - - $m = \pm \frac{\alpha l}{ab}$.

II. Le degré de clarté - - - - - $y = \frac{bx}{\alpha}$.

Condition requiſe pour cela $\theta > \frac{x}{\alpha}$.

III. Le champ apparent - - - - - $z = \theta b . \frac{\pi}{\alpha}$.

IV. Il exige - - - - - - $\frac{k}{b} = \frac{\mathfrak{a}}{\alpha}$.

V. Or, pour éviter la confuſion des couleurs $\frac{k}{b} = \frac{(1+\frac{\alpha}{b})\,\mathfrak{A}}{1+\frac{\alpha}{b}\,\mathfrak{A}}$.

VI. La confuſion cauſée par l'ouverture eſt

$$\frac{\mu b}{4\alpha} x^3 \left(\frac{\lambda\,(a+\alpha)^2 + \nu a \alpha}{a a b b p} + \frac{\lambda'}{\alpha \alpha q} \right).$$

III. Cas.

Des Inſtrumens compoſés de trois verres.

5. Pour ce cas nous avons $\gamma = \mathfrak{o}$ & $r = c$: les autres conditions ſont

I. La multiplication - - - $m = \pm \frac{\alpha \mathfrak{S} l}{abc}$.

II. Le degré de clarté - - - $y = \frac{bcx}{\alpha \mathfrak{S}}$.

Conditions requiſes pour cela:

$$\theta > \frac{x\,(b + \mathfrak{C})}{a\mathfrak{C}}, \quad \& \quad \theta' > \frac{bx}{a\mathfrak{C}}.$$

III. Le champ apparent ſe détermine par celle de ces deux égalités qui donne la plus petite valeur de z

$$z = \frac{\theta b \mathfrak{C}}{b + \mathfrak{C}} \cdot \frac{a}{\mathfrak{a}}, \quad \& \quad z = \theta' e \cdot \frac{ab}{\mathfrak{a}\mathfrak{b}}.$$

IV. Le champ apparent exige $\frac{k}{c} = \frac{\mathfrak{b}}{\mathfrak{C}}$.

V. Pour éviter les couleurs $\frac{k}{c} = \frac{(1 + \frac{a}{b})\mathfrak{A} + (1 + \frac{\mathfrak{C}}{c}\mathfrak{B}}{1 + \frac{\mathfrak{C}}{c}\mathfrak{B}}$.

VI. La confuſion cauſée par l'ouverture eſt

$$\frac{\mu b c}{4\alpha\beta} x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta\beta\,(\lambda\,(a + \alpha)^2 + \nu a \alpha)}{aabbccp} \\ + \frac{\lambda'\,(b + \beta)^2\,\nu b \beta)}{\alpha\alpha c c q} \\ + \frac{\lambda'' b b}{\alpha\alpha\beta\beta r}. \end{array} \right.$$

IV. Cas.

Des Inſtrumens compoſés de quatre verres.

6. Pour ce cas nous avons $\delta = s$ & $s = d$

I. La multiplication - - - $m = \mp \frac{\alpha\beta\gamma l}{abcd}$.

II. Le degré de clarté - - - $y = \frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma}$.

Conditions requiſes pour cela

$\theta >$

$$\theta > \frac{x(b+\beta)}{a\beta}; \quad \theta' > \frac{bx(c+\gamma)}{a\beta\gamma}; \quad \theta'' > \frac{bcx}{a\beta\gamma}.$$

III. Des trois valeurs ſuivantes de z la plus petite donne le champ apparent:

$$z = \frac{\theta b\beta}{b+\beta} \cdot \frac{a}{a}; \quad z = \frac{\theta' c\gamma}{c+\gamma} \cdot \frac{ab}{ab}; \quad z = \theta'' d \cdot \frac{abc}{a\beta c}.$$

IV. Le champ apparent exige $\frac{k}{d} = \frac{c}{\gamma}$.

V. Or, pour éviter la confuſion des couleurs, il faut

$$\frac{k}{d} = \frac{(1+\frac{a}{b})\mathfrak{A} + (1+\frac{\beta}{c})\mathfrak{B} + (1+\frac{\gamma}{d})\mathfrak{C}}{1+\frac{\gamma}{d}\mathfrak{C}}.$$

VI. Enfin la confuſion cauſée par l'ouverture eſt

$$\frac{\mu bcd}{4a\beta\gamma} \cdot x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta\beta\gamma\gamma\,(\lambda\,(a+\alpha)^2 + \nu a\alpha)}{aabbccddp}, \\ + \frac{\gamma\gamma\,(\lambda'\,(b+\beta)^2 + \nu b\beta)}{aaccddq}, \\ + \frac{bb\,(\lambda''\,(c+\gamma)^2 + \nu c\gamma)}{aa\beta\beta ddr}, \\ + \frac{\lambda''' bbcc}{aa\beta\beta\gamma\gamma s}. \end{array} \right.$$

V. Cas.

Des Inſtrumens compoſés de cinq verres.

7. Pour ce cas nous avons $\varepsilon = \omega$ & $t = e$.

I. La multiplication - - - $m = \pm \frac{a\beta\gamma\delta l}{abcde}$.

II. Le degré de clarté - - - $y = \frac{bcdex}{\alpha\beta\gamma\delta}$.

Conditions requiſes pour cela

$$\theta > \frac{x(b+\beta)}{\alpha\beta}; \quad \theta' > \frac{bx(c+\gamma)}{\alpha\beta\gamma}; \quad \theta'' > \frac{bcx(d+\delta)}{\alpha\beta\gamma\delta}; \quad \theta''' > \frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma\delta}.$$

III. Des quatre valeurs ſuivantes de z la plus petite donne le demi-diametre du champ apparent:

$$z = \frac{\theta b\beta}{b+\beta}\cdot\frac{a}{\alpha}; \quad z = \frac{\theta' c\gamma}{c+\gamma}\cdot\frac{ab}{\alpha b}; \quad z = \frac{\theta'' d\delta}{d+\delta}\cdot\frac{abc}{\alpha\beta c}; \quad z = \theta''' e\cdot\frac{abcd}{\alpha\beta\gamma\delta}.$$

IV. Le champ apparent exige - - $\frac{k}{e} = \frac{\mathfrak{d}}{\delta}$.

V. Or, pour éviter la confuſion des couleurs:

$$\frac{k}{e} = \frac{(1+\frac{a}{b})\mathfrak{A}+(1+\frac{\beta}{c})\mathfrak{B}+(1+\frac{\gamma}{d})\mathfrak{C}+(1+\frac{\delta}{e})\mathfrak{D}}{1+\frac{\delta}{e}\mathfrak{D}}.$$

VI. Enfin la confuſion cauſée par l'ouverture eſt exprimée ainſi:

$$\frac{\mu bcde}{4\alpha\beta\gamma\delta}\cdot x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\,(\lambda(a+\alpha)^2+\nu a\alpha)}{aabbccddeep}, \\ + \frac{\gamma\gamma\delta\delta\,(\lambda'(b+\beta)^2+\nu b\beta)}{aaccddeeq}, \\ + \frac{bb\delta\delta\,(\lambda''(c+\gamma)^2+\nu c\gamma)}{aa\beta\beta ddeer}, \\ + \frac{bbcc\,(\lambda'''(d+\delta)^2+\nu d\delta)}{aa\beta\beta\gamma\gamma ees}, \\ + \frac{\lambda^{IV}bbccdd}{aa\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta t}. \end{array} \right.$$

VI.

VI. Cas.

Des Inſtrumens compoſés de ſix verres.

8. Pour ce cas nous avons $\zeta = \varsigma$ & $u = f$.

I. La multiplication - - - $m = \mp \frac{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon l}{abcdef}$.

II. Le degré de clarté - - - $y = \frac{bcdefx}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon} = \frac{lx}{m\alpha}$.

Les conditions requiſes pour cela ſont:

$$\theta > \frac{x(b+\beta)}{\alpha\beta};\ \theta' > \frac{bx(c+\gamma)}{\alpha\beta\gamma};\ \theta'' > \frac{bcx(d+\delta)}{\alpha\beta\gamma\delta};\ \theta''' > \frac{bcdx(e+\varepsilon)}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon};\ \theta^{IV} > \frac{bcdex}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}.$$

III. Des cinq valeurs ſuivantes de z la plus petite donne le demi-diametre du champ apparent:

$$z = \frac{\theta b\beta}{b+\beta}\cdot\frac{n}{a};\quad z = \frac{\theta' c\gamma}{c+\gamma}\cdot\frac{ab}{ab}$$

$$z = \frac{\theta'' d\delta}{d+\delta}\cdot\frac{abc}{\alpha\beta c};\ z = \frac{\theta''' e\varepsilon}{e+\varepsilon}\cdot\frac{abcd}{\alpha\beta\gamma\delta};\ z = \theta^{IV} f\cdot\frac{abcde}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}.$$

IV. Le champ apparent exige - $\frac{k}{f} = \frac{e}{\varepsilon}$.

V. Or, pour éviter la confuſion des couleurs, il faut

$$\frac{k}{f} = \frac{(1+\frac{\alpha}{b})\mathfrak{A}+(1+\frac{\beta}{c})\mathfrak{B}+(1+\frac{\gamma}{\delta})\mathfrak{C}+(1+\frac{\delta}{e})\mathfrak{D}+(1+\frac{\varepsilon}{f})\mathfrak{E}}{1+\frac{\varepsilon}{f}\mathfrak{E}}.$$

VI. Enfin la confuſion cauſée par l'ouverture eſt:

$$\frac{\mu bcdef}{4\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}\cdot x^3\left\{\begin{array}{l} +\dfrac{\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon\varepsilon\,(\lambda\,(a+\alpha)^2+\nu a\alpha)}{aabbccddeeffp},\\ +\dfrac{\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon\varepsilon\,(\lambda'\,(b+\beta)^2+\nu b\beta)}{aaccddeeffq},\\ +\dfrac{bb\delta\delta\varepsilon\varepsilon\,(\lambda''\,(c+\gamma)^2+\nu c\gamma)}{aa\beta\beta ddeeffr},\\ +\dfrac{bbcc\varepsilon\varepsilon\,(\lambda'''\,(d+\delta)^2+\nu d\delta)}{aa\beta\beta\gamma\gamma eeffs},\\ +\dfrac{bbccdd\,(\lambda^{IV}\,(e+\varepsilon)^2+\nu e\varepsilon)}{aa\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta fft},\\ +\dfrac{\lambda^{V}\,bbccddee}{aa\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon\varepsilon u}. \end{array}\right.$$

9. De là il eſt aiſé de fixer les regles pour la conſtruction de 7 & pluſieurs verres, & toute l'addreſſe conſiſte maintenant en ce qu'on ſatisfaſſe à ces conditions preſcrites. Or il s'agit de déterminer en ſorte toutes les quantités qui entrent dans nos formules, qu'on obtienne une multiplication donnée avec un degré de clarté donné: enſuite, qu'on acquierre le plus grand champ apparent poſſible, & que l'expreſſion trouvée pour la confuſion qui vient de l'ouverture des verres devienne moindre que le degré de confuſion, qui eſt encore ſupportable; or nous avons vu que, pour cet effet, nos expreſſions doivent devenir moindres que $\frac{\mu}{200000}$ au moins pour les Téleſcopes; car pour les Microſcopes on peut ſouffrir un plus grand degré de confuſion. Enfin il eſt fort important, de faire en ſorte que les deux valeurs aſſignées pour k deviennent égales entr'elles, & même poſitives.

10. Après cela il faut obſerver, que les quantités α, b, β, c &c. peuvent auſſi bien être priſes négatives que poſitives, pourvu que les diſtances des verres $\alpha + b$; $\beta + c$; $\gamma + d$ &c. ſoient toutes

toutes positives. De plus, pour ce qui regarde les nombres θ, θ', θ'' il est indifférent s'ils sont positifs ou négatifs; & la même ambiguité doit être admise dans la lettre z, qui exprime le demi-diametre du champ apparent; car, pourvu qu'elle devienne grande, soit quelle soit positive ou négative, on obtiendra toujours un grand champ apparent.

11. Sans encore entreprendre le développement de chaque cas, nous pouvons faire quelques conclusions générales. Ainsi, quel que soit le nombre des verres, on voit qu'il y a toujours $my = \frac{lx}{a}$, ou $y = \frac{l}{a} \cdot \frac{x}{m}$; ou bien $x = my \cdot \frac{a}{l}$: & partant le demi-diametre de l'ouverture du verre objectif suit toujours la raison composée de la multiplication m, & de la clarté exprimée par y. Donc, plus on veut grossir les objets, avec le même degré de clarté, & plus doit être grand le diametre de l'ouverture du verre objectif: & la multiplication demeurant la même, la clarté est proportionelle à l'ouverture du verre objectif.

12. Ensuite il est clair que le demi-diametre du dernier verre, ou de celui qui est le plus près de l'oeil, doit être plus grand que le demi-diametre du cylindre lumineux, qui entre dans l'oeil, qui nous sert de mesure de la clarté. Donc, dès que le degré de clarté est prescrit, on ne sauroit diminuer la distance de foyer du dernier verre au delà d'un certain terme: puisqu'il faut toujours qu'il admette une plus grande ouverture, que celle dont le demi-diametre seroit $= y$.

13. Enfin, dans la formule qui exprime la confusion causée par l'ouverture des verres, le premieur facteur, qui contient le cube de x, se réduit toujours à cette forme $\frac{\mu . l}{4ma} x^3$, quelque grand que soit le nombre des verres: & le premier membre de l'autre facteur, qui répond au verre objectif, prend toujours cette forme:

$\frac{mm\,(\lambda\,(a+\alpha)^2+\nu a\alpha)}{\alpha\alpha ll p}$, & partant la partie de la confuſion, qui eſt cauſée par le ſeul verre objectif eſt toujours exprimée ainſi:

$$\frac{\mu m x^3}{4\alpha\alpha a l}\cdot\frac{\lambda\,(a+\alpha)^2+\nu a\alpha}{p}=\frac{\mu m x^3}{4\alpha\alpha p}\cdot\frac{\lambda(a+\alpha)^2+\nu a\alpha}{al}.$$

Cette partie eſt ordinairement la plus conſidérable de toute la confuſion.

14. Les valeurs des petites lettres allemandes $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$, $\mathfrak{d}$, $\mathfrak{e}$ &c. ſi nous y introduiſons les diſtances de foyer q, r, s, t, u &c. pourront être repréſentées en ſorte

$$\frac{\mathfrak{a}}{a}=\frac{\alpha}{a}+\frac{b}{a},$$

$$\frac{\mathfrak{b}}{b}=\frac{\beta}{b}+\frac{c}{q}+\frac{bc}{\alpha\beta},$$

$$\frac{\mathfrak{c}}{c}=\frac{\gamma}{c}+\frac{d}{r}+\frac{bcd}{\beta\gamma q}+\frac{bbcd}{\alpha\beta\beta\gamma},$$

$$\frac{\mathfrak{d}}{d}=\frac{\delta}{d}+\frac{e}{s}+\frac{cde}{\gamma\delta r}+\frac{bcde}{\beta\gamma\gamma\delta q}+\frac{bbcde}{\alpha\beta\beta\gamma\gamma\delta},$$

$$\frac{\mathfrak{e}}{e}=\frac{\varepsilon}{e}+\frac{f}{t}+\frac{def}{\delta\varepsilon s}+\frac{cdef}{\gamma\delta\delta\varepsilon r}+\frac{bcdef}{\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon q}+\frac{bbcdef}{\alpha\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon}.$$

&c.

d'où il ſera plus aiſé de développer les formules pour le champ apparent, de même que celles pour la diſtance de l'oeil derriere le dernier verre.

15. Puiſque chaque verre, excepté l'objectif, donne une équation pour le demi-diametre du champ apparent, dont pourtant une ſeule, ſavoir celle qui donne la plus petite valeur pour z, a lieu, ſi nous y remettons ces valeurs développées, ces équations ſeront

I. $\frac{\theta q}{z} = \frac{\alpha}{a} + \frac{b}{a}$,

II. $\frac{\theta' r}{z} = \frac{\alpha\beta}{ab} + \frac{\alpha c}{aq} + \frac{bc}{a\beta}$,

III. $\frac{\theta'' s}{z} = \frac{\alpha\beta\gamma}{abc} + \frac{\alpha\beta d}{abr} + \frac{\alpha cd}{a\gamma q} + \frac{bcd}{a\beta\gamma}$,

IV. $\frac{\theta''' t}{z} = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{abcd} + \frac{\alpha\beta\gamma e}{abcs} + \frac{\alpha\beta de}{ab\delta r} + \frac{\alpha cde}{a\gamma\delta q} + \frac{bcde}{a\beta\gamma\delta}$,

V. $\frac{\theta^{IV} u}{z} = \frac{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}{abcde} + \frac{\alpha\beta\gamma\delta f}{abcdt} + \frac{\alpha\beta\gamma ef}{abc\varepsilon s} + \frac{\alpha\beta def}{ab\delta\varepsilon r} + \frac{\alpha cdef}{a\gamma\delta\varepsilon q} + \frac{bcdef}{a\beta\gamma\delta\varepsilon}$.

&c.

ou bien

I. $\frac{\theta q}{z} = \frac{\alpha}{a}\left(1 + \frac{b}{\alpha}\right)$,

II. $\frac{\theta' r}{z} = \frac{\alpha}{a}\left(\frac{\beta}{b} + \frac{c}{q} + \frac{bc}{a\beta}\right)$,

III. $\frac{\theta'' s}{z} = \frac{\alpha}{a}\left(\frac{\beta\gamma}{bc} + \frac{\beta d}{br} + \frac{cd}{\gamma q} + \frac{bcd}{\alpha\beta\gamma}\right)$,

IV. $\frac{\theta''' t}{z} = \frac{\alpha}{a}\left(\frac{\beta\gamma\delta}{bcd} + \frac{\beta\gamma e}{bcs} + \frac{\beta de}{b\delta r} + \frac{cde}{\gamma\delta q} + \frac{bcde}{\alpha\beta\gamma\delta}\right)$,

V. $\frac{\theta^{IV} u}{z} = \frac{\alpha}{a}\left(\frac{\beta\gamma\delta\varepsilon}{bcde} + \frac{\beta\gamma\delta f}{bcdt} + \frac{\beta\gamma ef}{bc\varepsilon s} + \frac{\beta def}{b\delta\varepsilon r} + \frac{cdef}{\gamma\delta\varepsilon q} + \frac{bcdef}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}\right)$.

&c.